

Kapitel 1

Die Spezielle Relativitätstheorie – leicht gemacht

1.1 Vorbemerkung

Albert Einstein hat die Spezielle Relativitätstheorie (SRT) in den ersten Jahren des 20. Jahrhunderts erarbeitet. Mit dieser neuen Theorie erlöste er die damalige Physik aus einem großen Dilemma: Einerseits war experimentell nachgewiesen worden, daß die Geschwindigkeit des Lichts unabhängig von der Geschwindigkeit der Quelle und des Beobachters stets exakt denselben Wert aufweist. Andererseits sollte die zu messende Lichtgeschwindigkeit nach der alten Newtonschen Physik sehr wohl variabel sein: Danach sollte z.B. das Licht einer Straßenlaterne bei einem mit 80 km/h davonfahrenden Auto mit der Geschwindigkeit (Lichtgeschwindigkeit minus 80 km/h) ankommen. Viele der führenden Physiker der damaligen Zeit hatten sich vergeblich darum bemüht, diesen eklatanten Widerspruch zu klären.

An der Wende vom 19. zum 20. Jahrhundert lag die Lösung gewissermaßen in der Luft: Wesentliche Vorarbeiten hatten nämlich schon insbesondere der niederländische Physiker Hendrik Antoon Lorentz (1853-1928) und der französische Mathematiker Henri Poincaré (1854-1912) geleistet. Aber erst der bis dahin weitgehend unbekannt Albert Einstein hat in seinem Artikel „Zur Elektrodynamik bewegter Körper“, erschienen 1905 in den *Annalen der Physik*, Band 17, Seiten 891 bis 921, den endgültigen Bruch mit der alten Physik vollzogen.

Der damalige Beamte des Patentamtes Bern in untergeordneter Position gilt seitdem als der Begründer der SRT. Es muß aber auch erwähnt werden, daß Poincaré unabhängig von Einstein die wesentlichen mathematischen Strukturen der SRT aufgedeckt und sie fast zeitgleich mit Einstein in zwei Zeitschriftenbeiträgen dargelegt hat.

Wesentlicher Inhalt der SRT ist eine völlig neue Auffassung von Raum und Zeit; die Theorie ist in sich widerspruchsfrei und in Übereinstimmung mit allen einschlägigen Experimenten und Beobachtungen. Sie beruht vor allem auf den folgenden *zwei Postulaten* (grundlegenden Annahmen):

1.1.1 Prinzip der Relativität

Nach diesem Prinzip, das schon von Galileo Galilei (1564-1642) benutzt wurde, kann ein Beobachter in einem geradlinig bewegten und unbeschleunigten System nicht feststellen, ob er sich in einem ruhenden oder bewegten System befindet.

Galilei nannte als Beispiel ein auf ruhiger See dahingleitendes Schiff. Ein Passagier in einer geschlossenen Kabine kann in der Tat nicht feststellen, ob sich das Schiff gleichmäßig vorwärts bewegt oder ob es ruht. Zum Beispiel laufen Fallexperimente darin unabhängig von der Geschwindigkeit des Schiffes stets gleich ab: So würde etwa ein von einem Punkt der Kabinendecke fallender Tropfen jeweils an derselben Stelle landen, egal ob das Schiff steht oder mit z.B. 10 Knoten gleichmäßig geradeaus fährt. Ein Experimentator kann durch keinen Versuch im Schiffesinneren die Geschwindigkeit des Schiffes bestimmen. Selbst Strömungsgeräusche sind kein Beweis für eine Bewegung des Schiffes; die gibt es auch bei einem verankerten Schiff in einer Meeresströmung.

Genaugenommen weist Galileis Beispiel aber Schwächen auf, weshalb man sich besser einem anderen Modell für ein geradlinig und unbeschleunigt bewegtes System zuwenden sollte, was uns Kindern des Raumfahrtzeitalters nicht besonders schwer fallen dürfte: Als modernes Modell für ein solches System könnte man sich ein Raumschiff mit abgeschaltetem Triebwerk weitab von irgendwelchen Himmelskörpern vorstellen.

Ein solches System,

- das sich mit gleichbleibender Geschwindigkeit und ohne Rotation geradeaus bewegt,
- in dem Beobachter deshalb keine Kräfte als Folge der Bewegung wahrnehmen,
- in dem ebenso freie Testmassen aller Art keine Kräfte „spüren“ und die deshalb (falls nicht angestoßen) darin ruhen oder sich (falls angestoßen) mit gleichbleibender Geschwindigkeit geradeaus bewegen,
- in dem sich auch Licht mit gleichbleibender (s.u.) Geschwindigkeit geradeaus bewegt,

nennt man *Inertialsystem*.

Im Gegensatz dazu sind in beschleunigten Systemen, mit denen wir uns im Kapitel 1 nur am Rande befassen werden, sehr wohl Kräfte spürbar:

- Bei Änderung des Geschwindigkeitsbetrages (Bremsung / Beschleunigung): Trägheitskraft in bzw. entgegen der Bewegungsrichtung.
- Bei Änderung der Geschwindigkeitsrichtung (Rotation des Systems oder Kurvenflug): Fliehkraft nach „außen“; bei Bewegung innerhalb eines rotierenden Systems: Corioliskraft.

In Inertialsystemen gilt das Relativitätsprinzip ganz allgemein, im Beispiel des Raumschiffs nicht nur im Inneren der Astronautenkabine, sondern auch nach außen hin. Nicht nur Experimente *in* der Kabine laufen unabhängig von der Geschwindigkeit nach denselben Gesetzmäßigkeiten ab, lassen demnach eine Geschwindigkeitsbestimmung nicht zu, auch für alle Beobachtungen und Experimente außerhalb gilt dies: Die Raumfahrer können zwar z.B. ihre *Relativ*geschwindigkeit zur Erde, zur Sonne oder zu irgendeinem anderen Himmelskörper durch Beobachtungen messen, nicht jedoch ihre *Absolut*geschwindigkeit. Welchen Bezugspunkt sollten sie dabei auch nehmen? Nirgendwo im Weltall gibt es einen wirklich „festen Boden“! Weder ist die Angabe einer Absolutgeschwindigkeit möglich, noch gibt es eine „absolute Ruhe“; kein Inertialsystem kann diesen Sonderstatus für sich in Anspruch nehmen.

Da Experimente in allen Inertialsystemen unabhängig von der Geschwindigkeit verlaufen und sich kein solches System durch eine festgelegte Absolutgeschwindigkeit auszeichnet, sind alle Inertialsysteme gleichwertig (äquivalent). Und wenn alle Inertialsysteme äquivalent sind, dann kann sich ein Beobachter in jedem beliebigen Inertialsystem genauso gut als ruhend ansehen. (So wie wir das auf der Erde oft tun, obwohl die Erdoberfläche nicht einmal ein Inertialsystem darstellt.)

Natürlich ist jeder, der sich in bezug auf ein Inertialsystem mit gleichbleibender Geschwindigkeit geradeaus bewegt (und nicht rotiert), selbst wieder ein Teil eines Inertialsystems oder ein *Inertialbeobachter*.

Das Recht eines jeden Inertialbeobachters, sich als ruhend zu betrachten, bereitet fast jedem, der erstmals damit konfrontiert wird, gewisse Schwierigkeiten. Deshalb ein Beispiel hierzu: Ein Raumschiff, das mit abgeschaltetem Triebwerk von der Erde zum Stern Wega unterwegs ist, kann als Inertialsystem angesehen werden. Demnach hat die Besatzung das Recht zu sagen:

„Wir rühren uns nicht von diesem Fleck hier. Von unserem Ort hier ist vor kurzem die Erde in Richtung unseres Hecks weggeflogen. In einiger Zeit wird Wega auch hier bei uns vorbeikommen. Wir erwarten sie aus Bugrichtung.“¹

Das ist aber mehr als nur eine lustige Wortspielerei. Es ist eine für bestimmte Berechnungen sogar *notwendige* Betrachtungsweise! In einigen der folgenden Berechnungen wird nach der *Ortsveränderung eines Inertialbeobachters aus eigener Sicht* gefragt. An diesen Stellen ist *immer* null einzusetzen. In der Rechentechnik der SRT wird also aus dem Recht, sich als ruhend anzusehen, sogar eine Pflicht!

¹ Und von Einstein wird berichtet, daß er den Schaffner gefragt habe: „Hält Zürich auch bei diesem Zug?“

Merke: Die Ortsveränderung eines Inertialbeobachters aus eigener Sicht ist immer null! Das zweite zu besprechende Postulat wird diesen Punkt bestätigen.

Woher kommt eigentlich der Name „Inertial“system? Der Ursprung liegt im Wort „inertia“, lateinisch für „Trägheit“. Die Berechtigung dieser Namenswahl ergibt sich ganz von selbst, wenn man bedenkt, daß die obige Definition der Inertialsysteme nur das Erste Newtonsche Gesetz, das Trägheitsprinzip, widerspiegelt:

„Jeder Körper behält seine Geschwindigkeit nach Betrag und Richtung so lange bei, wie er nicht durch äußere Kräfte gezwungen wird, seinen Bewegungszustand zu ändern.“

Dieses Erste Newtonsche Gesetz bleibt also (im Gegensatz zum Großteil der Newtonschen Mechanik) in der SRT unangetastet.

Wie groß muß man sich ein Inertialsystem vorstellen? Im (idealisierten) schwerkraftfreien Raum der SRT gibt es dafür keine Obergrenze. Dem Inertialsystem eines gleichförmig bewegten Beobachters A kann jedes auch noch so weit entfernte Objekt O zugeordnet werden, *sofern* sich O mit derselben Geschwindigkeit in dieselbe Richtung wie A bewegt. Alle anderen gleichförmig bewegten Objekte mit

- anderem Geschwindigkeitsbetrag und/oder
- anderer Bewegungsrichtung

gehören dagegen fremden Inertialsystemen an. Ebenso kann jedes „zeitlich entfernte“ Objekt dem Inertialsystem von A zugeordnet werden, also auch ein Objekt, das in der Vergangenheit dort ruhte, oder ein Objekt, das in der Zukunft dort ruhen wird.

Obige Überlegung zeigt auch, daß Inertialsysteme nicht unbedingt abgeschlossene Gebilde (z.B. Raumschiffe) sein müssen. Sie können vielmehr auch „offen“ sein und sich deshalb auch gegenseitig durchdringen. Die entscheidenden Kriterien für die „Mitgliedschaft“ in einem *bestimmten* Inertialsystem sind die identische Geschwindigkeit und Bewegungsrichtung der Objekte (auch wenn sich zwischen ihnen „Fremdlinge“ aus anderen Systemen tummeln). So könnte man im obigen Beispiel die beiden Himmelskörper Erde und Wega (bei Vernachlässigung ihrer langsamen Eigenbewegungen) demselben Inertialsystem zuordnen, während das zwischen ihnen mit hoher Geschwindigkeit fliegende Raumschiff ein anderes Inertialsystem verkörpert.

Vielleicht inspiriert durch stets identische Ergebnisse bei Lichtgeschwindigkeitsmessungen hat Einstein die Gültigkeit dieses Relativitätsprinzips nicht nur für die Mechanik, sondern auch für *alle anderen Bereiche der Physik* (und Chemie etc.) postuliert. Demnach gelten nicht nur die Gesetze

der Mechanik in allen Inertialsystemen in identischer Form, sondern auch alle anderen Naturgesetze. Dies bedeutet: *Alle* denkbaren Experimente aus *allen* Wissenschaftsgebieten verlaufen in *allen* Inertialsystemen nach *denselben* Gesetzmäßigkeiten, das gilt z.B. auch für Versuche zum Elektromagnetismus oder zur Lichtausbreitung. (Von letzterer wird in den folgenden Abschnitten intensiv Gebrauch gemacht werden.) Und daraus folgt wiederum: Mit keinem naturwissenschaftlichen Versuch kann eine Absolutgeschwindigkeit eines Inertialsystems bestimmt werden; absolut keine Methode läßt die Unterscheidung von Ruhe und gleichförmiger Bewegung zu. Damit war auch der vor Einstein als absolut ruhendes Lichtwellen-Trägermedium angesehene „Lichtäther“ gegenstandslos, es gibt ihn nicht!

Durch die Ausweitung des Postulats auf alle Naturgesetze wird es zum *Relativitätsprinzip der SRT*: Alle Inertialsysteme sind in jeder Beziehung gleichberechtigt.

Wenn in vielen der folgenden Gedankenexperimente die Rede davon ist, daß ein Beobachter oder der Versuchsaufbau „ruht“, dann dient diese Angabe nur zur Unterscheidung von relativ dazu bewegten Objekten und soll *keine* absolute Ruhe ausdrücken, eine solche gibt es in der SRT nicht. Darüberhinaus machen Geschwindigkeitsangaben nur dann Sinn, wenn man auch angibt, relativ zu welchem Bezugssystem sie gelten.

Für die Ausweitung des Relativitätsprinzips auf alle Bereiche der Physik gab es auch ästhetische Gründe: Einstein empfand es im Hinblick auf die Einheitlichkeit der Physik als Makel, daß dieses Prinzip für einen Teilbereich der Naturwissenschaften (die Mechanik) gültig sein sollte, für andere dagegen nicht.

1.1.2 Prinzip der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum

Dieses zweite Postulat besagt:

Die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum hat, unabhängig von der Geschwindigkeit der Lichtquelle und auch der Beobachter in Inertialsystemen, stets denselben Wert „ c “: knapp 300 000 km/s (c von celeritas, lat. für Schnelligkeit). Beispiel: Ein Raumschiff fliegt mit 90% der Lichtgeschwindigkeit, also $0,9c$, an der Erde vorbei. Es gibt dabei einen Lichtblitz in Flugrichtung ab, der aus Sicht der Besatzung, die sich natürlich als ruhend betrachten kann (s.o.), die Geschwindigkeit c hat. Aber auch für Beobachter auf der Erde hat der Lichtblitz Lichtgeschwindigkeit, nicht etwa $1,9c$! Sogar *jeder* Beobachter in einem Inertialsystem wird den Lichtblitz mit der Geschwindigkeit c „sehen“. Auf diese *scheinbar* widersprüchliche Aussage baut die gesamte SRT auf, letztere ist aber in sich und mit allen Beobachtungen

widerspruchsfrei, wie sich zeigen wird. Das Prinzip der Konstanz von c ist in der Praxis durch Messungen mit enormer Genauigkeit bestätigt worden.²

So widersprüchlich das Prinzip der Konstanz von c einerseits erscheint, so ist es bei genauerer Betrachtung andererseits doch in voller Übereinstimmung mit dem Relativitätsprinzip: Würden nämlich Beobachter in verschiedenen Inertialsystemen verschiedene Lichtgeschwindigkeiten messen, dann könnten sie aus diesen unterschiedlichen Geschwindigkeiten Rückschlüsse auf ihren eigenen Bewegungszustand ziehen. Und damit wäre das Relativitätsprinzip verletzt, wonach kein Experiment die Bestimmung der eigenen Geschwindigkeit ermöglicht. Somit muß jeder Beobachter in einem Inertialsystem immer dieselbe Lichtgeschwindigkeit c messen.

Auch das Prinzip der Konstanz von c führt (wie das Relativitätsprinzip) zu dem Resultat, daß jeder Inertialbeobachter aus eigener Sicht ruht, denn: Wollte man durch Messung der Geschwindigkeit des Lichts verschiedenster Lichtquellen, das aus den verschiedensten Richtungen eintrifft, seine eigene Geschwindigkeit bestimmen, dann wäre das Ergebnis immer null: Man ist selbst in Ruhe!

Der genaue Wert von c ist:

$$2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Interessanterweise hat man diesen Wert durch Übereinkunft festgelegt! Dies bedeutet, daß sich der Wert von c selbst bei einer Verbesserung der Meßgenauigkeit nicht ändern kann; vielmehr würde dies zu einer Anpassung der Einheit Meter führen (die Einheit Sekunde ist ihrerseits durch eine weitere Konvention festgelegt). Damit bekommt die „Konstanz“ von c sozusagen eine doppelte Bedeutung. Im folgenden meinen wir mit dem Prinzip der Konstanz von c aber natürlich immer im physikalischen Sinne Einsteins Postulat, nicht die Übereinkunft über den genauen Zahlenwert. Die Konvention demonstriert jedoch das enorme Vertrauen der Physiker in das Postulat.

In jedem Inertialsystem breitet sich das Licht im Vakuum *geradlinig* mit c aus. Beobachter in verschiedenen Inertialsystemen können dabei unterschiedliche Ausbreitungsrichtungen registrieren, wie später erklärt wird.

Bei den nachfolgenden Herleitungen verschiedener Formeln der SRT fließt das Prinzip der Konstanz von c immer wieder (meist unerwähnt) dadurch ein, daß in Gedankenexperimenten und daraus erwachsenden Gleichungen die Geschwindigkeit ausgesandter und empfangener Lichtstrahlen stets mit ein und demselben c eingeht, unabhängig vom Bewegungszustand der Lichtquellen und der Beobachter. Die meisten der Gedankenexperimente in diesem ersten Kapitel werden vergleichende Beobachtungen

² zuletzt 2002 auf $1/10^{15}$ genau

enthalten, nämlich den Vergleich zwischen der Beobachtung eines ruhenden Versuchsaufbaus und der Beobachtung eines am Beobachter vorbeibewegten Versuchsaufbaus. In beiden Fällen darf vorausgesetzt werden, daß der Beobachter immer eine Lichtausbreitung mit c „sieht“, übrigens auch unabhängig von der Ausbreitungsrichtung des Lichts, dessen Intensität, Farbe etc.

Apropos „sehen“: Die Laufzeit der Lichtsignale von Ereignissen³ zum Auge „eines“ bestimmten Beobachters soll bei zukünftigen Gedankenexperimenten (von wenigen Ausnahmen abgesehen) unberücksichtigt bleiben! Statt sich *einen* Beobachter vorzustellen, muß man richtigerweise von einer riesigen Beobachtertruppe ausgehen, die jedes Inertialsystem dicht bevölkert. So kann jedes Ereignis immer *an Ort und Stelle* und *sofort* registriert werden, hierzu sind die Uhren innerhalb eines bestimmten Inertialsystems als *synchronisiert* anzusehen. Exakt synchronisieren kann man zwei ruhende Uhren z.B. dadurch, daß man sie von einem genau in der Mitte zwischen ihnen aufgestellten Zeitzeichensender ansteuert. Außerdem sollen alle Uhren in ihren Inertialsystemen stets „richtig“ gehen („ideale Uhren“). Die Formulierungen „ein Beobachter“ und „sehen“ sind in diesem Sinne zu verstehen!

Historisch bedingt wird das Prinzip der Beobachterunabhängigkeit von c in der Literatur meist immer noch „Prinzip der Konstanz von c “ genannt (auch hier). Wissenschaftlich korrekt müßte es aber im Kontext der SRT „Prinzip der Invarianz von c “ heißen (siehe Abschnitt 2.6).

Innerhalb eines Inertialsystems sind auch nach der SRT für darin ruhende Beobachter Längen und Zeitabschnitte fixe Größen, *aber* bei der Bewertung der Verhältnisse in einem anderen, relativ dazu bewegten Inertialsystem werden neue Regeln gelten: Allein auf der Basis der o.g. Postulate werden, wie in den folgenden Abschnitten dargestellt, erhebliche Änderungen an den Gesetzen der klassischen Physik notwendig. Aufgegeben werden müssen z.B.

- die Vorstellung vom gleichmäßigen Fluß der Zeit im ganzen All („absolute Zeit“),
- die These von der Unveränderlichkeit des Raumes („absoluter Raum“)⁴,
- der Begriff der Gleichzeitigkeit,
- die unbeschränkte (gewöhnliche) Addierbarkeit von Geschwindigkeiten.

³ Ereignis: Das Geschehen in einem bestimmten Raumpunkt zu einem bestimmten Zeitpunkt

⁴ Hinweis: Auch die Newtonsche Physik beinhaltet das (mechanische) Relativitätsprinzip, Newton bezog aber die Inertialsysteme doch immer auf einen absoluten Raum und eine absolute Zeit. Diese werden in der SRT abgeschafft und durch eine absolute Raumzeit ersetzt, wie später noch erläutert wird.

Es wird sich aber auch zeigen, daß die Newtonsche Mechanik, die in der Schule gelehrt wird, eine extrem genaue Näherung im Sinne der Einsteinschen Physik für den Bereich geringer Geschwindigkeiten darstellt. Unseren Alltag wird natürlich auch in Zukunft die klassische Mechanik bestimmen, kein Leser wird es allerdings bereuen, in den folgenden Abschnitten die exotischen Konsequenzen der SRT zu entdecken!

In diesem ersten Kapitel wird noch ein drittes Postulat (auch oft ohne ausdrückliche Erwähnung) eingesetzt: Wenn ein Beobachter in einem Inertialsystem feststellt, daß zwei Ereignisse am selben Ort *und* zum selben Zeitpunkt geschehen, dann wird auch jeder andere Inertialbeobachter für diese zwei Ereignisse Orts- und Zeitgleichheit bestätigen (wobei aber Ort und Zeitpunkt nicht mit den vom ersten Beobachter gemessenen übereinstimmen werden). Dieses Postulat heißt *Prinzip der Invarianz der Raum-Zeit-Koinzidenz*⁵. Es folgt direkt aus dem Relativitätsprinzip: Sieht ein Beobachter in einem Inertialsystem z.B. das Zusammentreffen zweier Autos am selben Ort und zur selben Zeit, also deren Kollision, dann wird wegen der nachprüfbaren Realität des Geschehens (z.B. entstandene Beulen an den Autos) auch jeder andere Inertialbeobachter eine Kollision, also eine Raum-Zeit-Koinzidenz, wahrnehmen!

Wie schon angedeutet, müssen wir darauf gefaßt sein, daß verschiedene Beobachter bezüglich bestimmter Ereignisse verschiedene Orts- und Zeitangaben machen werden. Beobachterunabhängig ist aber die bloße Existenz von Ereignissen. Nimmt z.B. ein Beobachter *A* eine Anzahl von *n* Ereignissen wahr, dann sieht ein relativ zu *A* bewegter Inertialbeobachter *B* auch *n* Ereignisse, wenn auch woanders und zu anderen Zeitpunkten.

1.2 Beweis der Invarianz⁶ von Strecken quer zur Bewegungsrichtung – Alles wie gehabt

Dieser Beweis ist recht unspektakulär, für den Abschnitt 1.3 (Zeitdilatation) ist es aber wichtig zu wissen, daß Strecken im Raum quer zur Bewegungsrichtung für alle Beobachter in Inertialsystemen gleich lang bleiben.

Gedankenexperiment: Zwei in Ruhe gleich lange Stäbe *a* und *b* (z.B. Im lang) sollen sich mit hoher Geschwindigkeit mit ihren Breitseiten treffen. Mit jedem Stab soll je ein Beobachter *A* bzw. *B* mit „fliegen“.

Man kann nun die (zu widerlegende) Hypothese aufstellen, daß Beobachter *A*, der sich selbst als mit *a* ruhend betrachtet, den vorbeifliegenden Stab

⁵ Invarianz: Beobachterunabhängigkeit; Koinzidenz: Zusammentreffen zweier Ereignisse

⁶ Invarianz: Beobachterunabhängigkeit